

ALGORITMO PARA DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO DE MATERIAIS PELA TÉCNICA DA EXCITAÇÃO POR IMPULSO

BRUNO C. MUSOLINO, CARLOS D. MACIEL, WAGNER ENDO

*Laboratório de Instrumentação e Microeletrônica, Depto. de Engenharia Elétrica, EESC-USP
Av. Trabalhador são-carlense, 400, 13566-590 São Carlos, SP, BRASIL
E-mails: bruno.musolino@usp.br, maciel@sc.usp.br, endo@sc.usp.br*

ANTÔNIO H. A. PEREIRA, JOSÉ A. RODRIGUES

*Grupo de Engenharia de Microestrutura de Materiais, Depto. de Engenharia de Materiais, UFSCar
Rod. Washington Luiz km 235, 13565-905 São Carlos, SP, BRASIL
E-mails: ha@atcp.br, josear@ufscar.br*

Abstract— Damping is one of the most sensitive properties of materials and structures, in macro and microscopic scale, which makes it particularly sensitive to the presence of cracks and micro-cracks. Thus it is possibly a good parameter to the characterization of structural damages. This work was motivated by the desire to incorporate the calculus of the damping value to the impulse excitation technique, which is well established to determine the elastic modulus. An algorithm was developed for the damping determination based on the logarithmic decrement method using a viscoelastic model, however, applied to the time-frequency domain. Three materials were characterized using the proposed algorithm, a sample of SAE 1020 steel and two twin samples of high-alumina castable refractories, one with and other without thermal-shock damage. The algorithm and the model were efficient in determining the damping values of these samples, in which the analyzed frequencies followed an exponential decay. Also the algorithm behaved well limiting the analysis to the frequency of interest, minimizing the interference of other resonant modes and noise. The algorithm implementation is structured in a manner in which is possible to integrate the damping determination to the impulse excitation technique.

Keywords— Damping, refractory, castable, elastic modulus, viscoelastic, micro-crack, thermal shock.

Resumo— O amortecimento ou *damping* é uma das propriedades mais sensíveis de materiais e estruturas tanto em escala macro como microscópica, sendo particularmente sensível à presença de trincas e micro-trincas. Sendo assim, é possivelmente um bom indicador para a caracterização de danos estruturais. Este trabalho foi motivado pelo desejo de incorporar o cálculo do amortecimento à técnica de excitação por impulso, já bem estabelecida para determinação de módulos elásticos. Foi desenvolvido um algoritmo para a determinação do amortecimento baseando-se no método do decremento logarítmico usando um modelo viscoelástico, entretanto, aplicado no domínio de tempo-frequência. Foram caracterizados três materiais usando o algoritmo proposto, uma amostra de aço SAE 1020, e duas amostras irmãs de concreto refratário de alta alumina, uma com dano e outra sem dano. O algoritmo e o modelo foram eficientes ao determinar o amortecimento destes corpos em que as frequências analisadas seguiam um decaimento exponencial. Além disso, o método apresentou ótimo comportamento ao limitar a análise à frequência de interesse, minimizando a interferência de outros modos de vibração e de ruído. A forma de implementação do algoritmo é estruturada de maneira que é possível integrar o cálculo do amortecimento à técnica de excitação por impulso.

Palavras-chave— Amortecimento, refratário, módulo elástico, viscoelástico, micro-trinca, choque térmico.

1 Introdução

O amortecimento ou atrito interno é uma das propriedades mais sensíveis de materiais e estruturas, tanto em escala macro quanto microscópica (Lazan, 1968), sendo particularmente sensível à presença de trincas e micro-trincas (Dieterle & Banchmann, 1981).

Além da aplicação clássica no estudo de metais e da aplicação na área de engenharia civil (devido à importância do amortecimento para a integridade de estruturas no caso de abalos sísmicos) a caracterização do amortecimento também vem sendo empregada no estudo de concretos refratários para a avaliação do dano por choque térmico (Coppola & Bradt, 1973; Tonnesen & Telle, 2007).

A tensão mecânica induzida pelo gradiente de temperatura do choque térmico provoca a nucleação e propagação de micro-trincas e trincas que degradam as propriedades mecânicas do material determinando

em grande parte a sua vida útil (Hasselman, 1969; Kingery, 1955). A nucleação e evolução destas micro-trincas e trincas podem ser monitoradas com a caracterização do amortecimento (Coppola & Bradt, 1973; Chowdhury, 1999; Tonnesen & Telle, 2007). A caracterização do amortecimento também é empregada para a verificação da qualidade e resistência de soldas e juntas, análise de dano a maquinário industrial e motores e ajuste de salas acústicas.

O amortecimento é o fenômeno pelo qual a energia mecânica de um sistema dinâmico é dissipada (Silva, 2007), principalmente pela conversão em calor por forças dissipativas. O amortecimento de um sistema ou material pode ser classificado de três formas principais: interno, estrutural e fluídico. O interno está associado aos defeitos na microestrutura, granulidade e impurezas do material e a efeitos termoelásticos causados por gradientes locais de temperatura. Já o estrutural está associado a perdas de energia por atrito em juntas, parafusos e articulações semi-rígidas. Por último, o fluídico ocorre por resistência

ao arraste em meio fluídico, por exemplo a conversão de energia cinética de um pêndulo em energia térmica para o ar. Neste trabalho o interesse é pela avaliação do amortecimento interno.

Existem diversos métodos para a determinação do amortecimento interno, sendo os mais utilizados os do decremento logarítmico e da largura de meia banda de potência. A escolha do método depende principalmente da faixa do amortecimento e da frequência de vibração (Silva, 2007). O método do decremento logarítmico consiste em calcular o amortecimento a partir da atenuação da resposta acústica do material ou estrutura após uma excitação por impulso. O método da meia banda consiste em, através da análise em frequência do sinal oriundo da vibração, calcular o amortecimento a partir da relação entre a largura de banda e a frequência central de uma ressonância. Ambos os métodos consideram um modelo para os cálculos, normalmente o modelo de amortecimento viscoelástico.

Este trabalho foi motivado pela necessidade de refinar a técnica de excitação por impulso para a caracterização dos módulos elásticos dinâmicos (ASTM International, 2001) e pelo desejo de incorporar nesta técnica a caracterização simultânea do amortecimento utilizando o método do decremento logarítmico.

A técnica de excitação por impulso consiste essencialmente em excitar, através de um impacto mecânico, o modo de ressonância flexional ou torcional fundamental de uma amostra em formato de barra de seção retangular, e calcular os módulos elásticos dinâmicos a partir das frequências encontradas, dimensões e massa da amostra (Pickett, 1945).

A excitação de um determinado modo em particular é realizada impondo-se as condições de contorno mecânicas e de excitação adequadas. Contudo, dificilmente se consegue excitar um único modo de vibração. Em função desta dificuldade, a aplicação do método do decremento logarítmico no domínio do tempo possui uma componente adicional de incerteza ao levar em consideração a resposta de modos de vibração menos favorecidos pelas condições de contorno. Os modos indesejados também aumentam a incerteza dos módulos elásticos quando o cálculo da frequência realizado pelo sistema de medição é feito através do período do sinal captado, como acontece em métodos baseados em *zero-crossing* (J. W. Lemmens, Inc., n.d.).

O objetivo deste trabalho é desenvolver um algoritmo que resolva bem os problemas descritos com uma análise de tempo-frequência, através do qual o decremento logarítmico é obtido a partir da atenuação exclusiva da frequência correspondente ao modo de vibração favorecido pelas condições de contorno, garantindo, assim, a discriminação da frequência analisada, eliminando a influência de outros modos de vibração e minimizando a deterioração causada por ruído.

Estes benefícios são particularmente bem vindos no caso de materiais que sofreram alto dano microestrutural, por exemplo no caso de concretos refratários submetidos a choques térmicos e de concretos estru-

turais submetidos a cargas elevadas, em que o dano eleva o amortecimento de forma expressiva, degrada a razão sinal/ruído do sinal e gera modos de vibração espúrios.

Neste trabalho será tratada a metodologia para a determinação do amortecimento. A seção Teoria apresenta as principais equações que descrevem o problema. Na seção Materiais e Métodos são apresentados os corpos de prova e a rotina de ensaios. A seção Descrição dos Algoritmos contém alguns detalhes referente à implementação do software e do cálculo do amortecimento. Na seção Resultados são encontradas as características obtidas para os corpos de prova e um resultado da aplicação em refratários. Por fim, a seção Discussão e Conclusão apresenta as conclusões sobre o trabalho.

2 Teoria

O amortecimento, neste contexto, é um fenômeno observado quando um determinado sistema sujeito a uma ação mecânica tende a dissipar energia ao longo do tempo. Através deste estudo procura-se entender como o sistema dissipa energia após uma excitação mecânica. O modelo utilizado é o de amortecimento viscoelástico.

Devido aos outros tipos de amortecimento, é muito difícil determinar qual a fração da perda de energia mecânica que está associada ao amortecimento interno (Silva, 2007). A força de amortecimento em um modelo de amortecimento viscoso é proporcional à velocidade, sendo descrita pela equação

$$F = -c\dot{x}, \quad (1)$$

na qual c é uma constante de proporcionalidade e \dot{x} é a velocidade de deslocamento de uma massa em relação a um ponto fixo. Um exemplo de sistema com amortecimento é o movimento de um pistão dentro de um cilindro preenchido com um líquido, considerando o sistema como massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade (Silva, 2007). Sendo m a massa, k a constante elástica da mola e c o coeficiente de amortecimento viscoso, tem-se o sistema descrito por uma equação da forma

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0. \quad (2)$$

Reescrevendo a equação, tem-se

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (3)$$

Definindo-se

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad e \quad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (4)$$

em que ω_0 é chamada de frequência natural de vibração e ζ é a taxa de amortecimento ou apenas amortecimento. Reescrevendo a equação em função dos novos parâmetros tem-se

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 0 \quad (5)$$

(Thorby, 2008) e assumindo a solução

$$x = e^{\gamma t}, \quad (6)$$

chega-se a γ como descrito por

$$\gamma = \omega_0 \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right). \quad (7)$$

O comportamento descrito pelo sistema acima depende da solução de γ , sendo que as maiores diferenças no comportamento aparecem dependendo se γ tem duas soluções reais ($\zeta > 1$), uma solução real ($\zeta = 1$) ou duas soluções complexas ($0 \leq \zeta < 1$). Os casos sobreamortecido ($\zeta > 1$) e criticamente amortecido ($\zeta = 1$) são não-oscilatórios e não serão discutidos aqui. Para a solução em que $0 \leq \zeta < 1$ o sistema é sub-amortecido e sua equação é

$$x(t) = A_0 \cdot e^{-\zeta\omega_0 t} \cdot \cos(\omega_d t + \varphi) \quad (8)$$

em que A_0 é a amplitude inicial de vibração, φ é a fase inicial da vibração e ω_d é chamada de frequência natural amortecida e é descrita por

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}. \quad (9)$$

Esse modelo também é conhecido como sistema linear amortecido com um grau de liberdade (Thorby, 2008; Silva, 2007). Assumindo que a ressonância de materiais pode ser vista como uma associação de vários sistemas de um grau de liberdade, o modelo de vibração é dado por

$$x(t) = \left[\sum_{i=1}^N A_i \cdot e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} \cdot \cos(\omega_{di} t + \varphi_i) \right] + R_{wn} \quad (10)$$

em que A_i , ζ_i , ω_{ni} , ω_{di} , φ_i são, respectivamente, amplitude inicial, amortecimento, frequência natural de vibração, frequência natural amortecida e fase inicial do i -ésimo modo de vibração. O termo R_{wn} é um ruído branco descorrelacionado do sinal.

3 Materiais e Métodos

A partir do modelo proposto na seção Teoria tem-se como objetivo determinar o amortecimento das frequências de ressonância flexional fundamental excitada em corpos de prova de seção retangular de aço e de um concreto refratário com e sem danos por choque térmico. Para o processamento do amortecimento foi utilizado uma placa de processamento de sinais com taxa de aquisição de 96 ksp/s e quantização em 24 bits.

A aquisição do sinal de ressonância é feita através de um microfone com cápsula e largura de banda de 20 kHz. É importante que o sistema de excitação e captação do sinal exerça mínima influência sobre o amortecimento da vibração flexional fundamental. As caracterizações foram realizadas utilizando o suporte

de corpo de prova Sonelastic RTS-Auto¹ que impõem as condições de contorno mecânico ótimas para o modo de vibração flexional fundamental. Neste suporte a amostra é apoiada exatamente sobre os nós de vibração flexional fundamental por finos fios metálicos. O ajuste da posição é realizado automaticamente por um sistema mecânico baseado no comprimento total do corpo de prova (Figura 1).

A excitação da vibração é feita pelo impacto de um pino metálico de uma solenóide tubular. O pino metálico possui uma dureza suficiente para que o tempo de contato do pino com a amostra seja breve, de modo que o impacto se aproxime de um impulso, excitando o maior número de frequências possíveis.

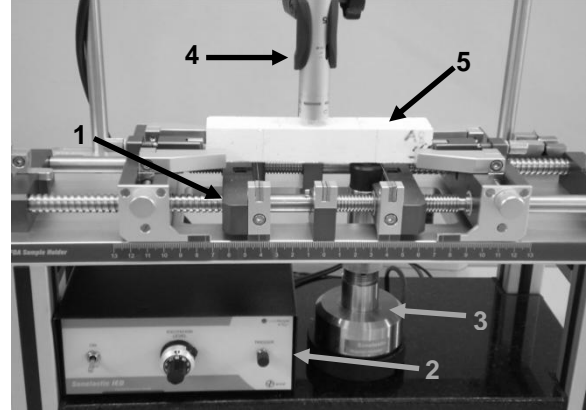


Figura 1 – Sistema de suporte, excitação e aquisição de sinal. 1: Sistema de suporte Sonelastic RTS-Auto; 2: Sistema de excitação Sonelastic IED¹; 3: Pulsador com solenóide tubular¹; 4: Microfone; 5: Corpo de prova.

Após a excitação da amostra, o sinal é adquirido quando sua intensidade ultrapassa um nível de gatilho pré-determinado e, então, é processado pelos algoritmos da seção a seguir.

4 Descrição dos Algoritmos

O sinal adquirido $s(n)$ é segmentado em trechos descritos pela equação

$$s_h(k) = s(k + hH), \quad 0 \leq k \leq N_s - 1 \quad (11)$$

em que h é o índice do segmento a ser trabalhado, H o *offset* entre o início de um novo segmento e o início do segmento anterior e N_s é o comprimento de cada segmento.

Visando a detecção do maior número possível de frequências de ressonância, a análise do sinal é feita apenas no seu primeiro segmento $s_1(k)$ com N_s amostras, em que as amplitudes das ressonâncias são as maiores possíveis. Usando a FFT (*Fast Fourier Transform* ou Transformada Rápida de Fourier) e *zero-padding* (Oppenheim et al., 1998) é encontrado o espectro de magnitudes $|S_1(e^{j\omega})|$ do sinal $s_1(k)$.

Sobre este espectro, $|S_1(e^{j\omega})|$, é calculado o valor médio da derivada, $\bar{\delta}_{x1}$, através de

¹ ATCP Engenharia Física, São Carlos, Brasil

$$\bar{\delta}_{x1} = \frac{2}{N_{x1}} \sum_{n=1}^{\frac{N_{x1}-1}{2}} |S_1(n) - S_1(n-1)| \quad (12)$$

com n sendo a indexação dos valores de frequência do espectro $|S_1(e^{j\omega})|$. São consideradas possíveis ressonâncias todos os picos que possuem em sua borda de subida inclinação maior que a derivada média.

O ponto no qual a derivada ultrapassa a derivada média é denominado início da ressonância e o ponto após o pico, em que a derivada passa a ser menor que a derivada média, é denominado fim da ressonância. Determinadas todas as possíveis ressonâncias, para que estas sejam consideradas válidas, é necessário que o valor de máximo do pico seja maior que duas vezes o ruído adjacente, sendo que este é dado através da média dos $N_{ruído}$ pontos antes do início da ressonância e dos $N_{ruído}$ pontos após o fim da ressonância.

4.1 Matriz de Tempo-Frequência

O objetivo desse processamento é montar uma matriz que contenha a informação de como cada frequência de ressonância varia conforme o tempo decorrido da excitação do corpo.

Usando os segmentos $s_h(k)$ é calculada a STFT, *Short-Time Fourier Transform* (Oppenheim et al., 1998), do sinal $s(n)$. Para tal, cada um dos segmentos é multiplicado por uma janela flat-top (Harvey & Cerna, 1993) e, depois de adicionado o *zero-padding*, é calculada a FFT do segmento. Este processo se repete para cada um dos h segmentos, formando uma matriz que contém a informação de como cada frequência varia com o tempo, denominada matriz de tempo-frequência.

4.2 O Cálculo do Amortecimento

Para cada pico de ressonância validado há um vetor na matriz de tempo-frequência que representa a forma como sua magnitude varia com o tempo. Como é assumido que as ressonâncias respeitem o modelo massa-mola-amortecedor proposto, cada um dos vetores é submetido a um ajuste de curva para determinação dos parâmetros do modelo. A curva a ser ajustada consiste no valor RMS do modelo de amortecimento proposto com apenas um grau de liberdade, sendo dada por

$$a(n) = \sqrt{A_0^2 e^{2\delta t} + A_n^2} \quad (13)$$

em que A_0 representa a amplitude inicial da frequência em questão, δ é a taxa de decaimento da amplitude e A_n é a amplitude RMS do nível de ruído.

Devido à não-linearidade do modelo quanto aos seus parâmetros, a curva é ajustada aos vetores das ressonâncias usando o algoritmo de otimização não-linear

por mínimos quadrados proposto por Levenberg-Marquardt (Madsen et al., 2004; Finschi, 1996).

Determinado o valor do decremento logarítmico δ , o amortecimento ζ e o fator de qualidade Q podem ser determinados através das relações

$$\zeta = \frac{\delta}{\omega} \quad (14)$$

e

$$Q = \frac{1}{2\zeta}, \quad (15)$$

em que ω é a frequência em radianos da ressonância sendo analisada.

5 Resultados

Apesar de não haver dependência entre o ensaio e o tamanho das amostras, os corpos de prova ensaiados possuem um tamanho padronizado de 150 mm x 25 mm x 25 mm. Neste trabalho são utilizados três materiais, sendo eles: aço SAE 1020, concreto refratário comercial de alta alumina sem dano por choque térmico e uma terceira amostra irmã desta última, porém com danos causados por choque térmico (Figura 2).

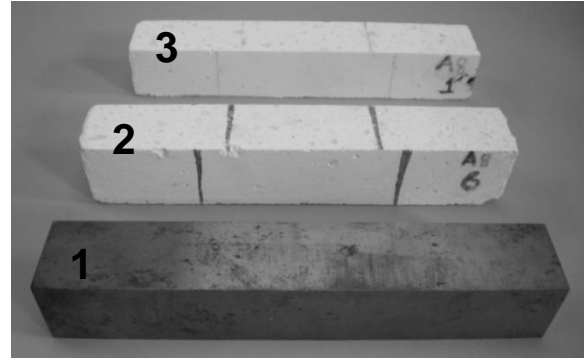


Figura 2 - Corpos de prova. 1: Aço SAE1020; 2: Concreto refratário com choque térmico; 3: Concreto refratário sem choque térmico.

A Figura 3 apresenta o sinal adquirido para a barra de aço. O espectro de magnitudes da porção inicial pode ser observado na Figura 4 e são de fácil identificação visual as principais frequências de ressonância deste material. Além destas frequências serem de extrema importância na determinação dos módulos elásticos, sua influência sobre a forma do sinal no tempo degrada a precisão dos métodos clássicos de determinação do amortecimento através do ajuste de uma curva no sinal no tempo.

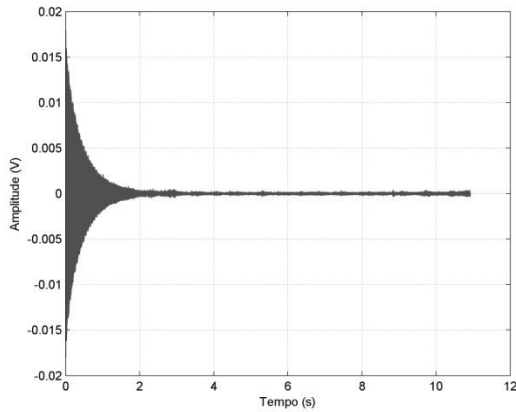


Figura 3 - Sinal no tempo da ressonância do aço após excitação por impulso mecânico.

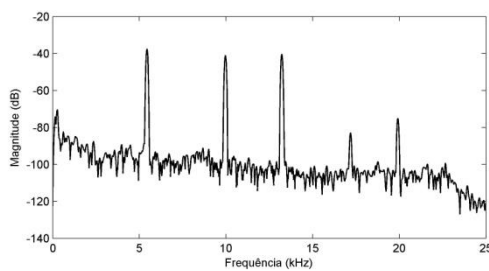


Figura 4 - Espectro de magnitudes de um trecho inicial do sinal da ressonância do aço após a excitação.

A Figura 5 é a representação em espectrograma da matriz de tempo-frequência. Nesta, é possível observar que cada uma das frequências de ressonância possui diferentes tempos de decaimento, reforçando sua influência na composição do sinal.

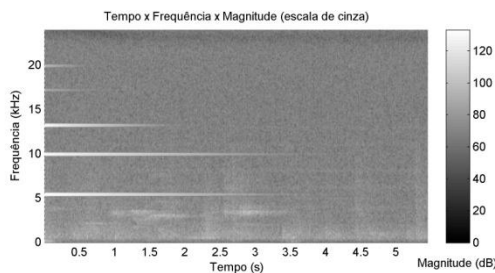


Figura 5 - Imagem da evolução das intensidades da matriz de tempo-frequência do sinal de ressonância do aço após excitação.

Analisando-se cada frequência individualmente, ou mesmo quando a análise se limita a apenas uma frequência, o método proposto melhora significativamente a precisão do valor de amortecimento calculado. Além de eliminar a influência das outras ressonâncias, o método também diminui a influência do ruído contido no sinal, limitando-se apenas à influência do ruído de mesma frequência da componente analisada. A Figura 6 mostra o método aplicado à frequência de ressonância flexional fundamental da barra de aço analisada.

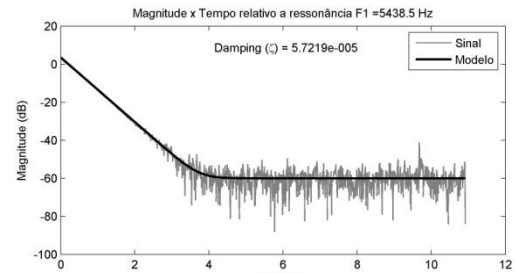


Figura 6 - Evolução da magnitude da frequência flexional fundamental (5438,5 Hz) da ressonância do aço, modelo de decaimento ajustado e valor de amortecimento calculado a partir do modelo.

O amortecimento, assim como os módulos elásticos, vem sendo cada vez mais utilizado na determinação e avaliação de dano estrutural em concretos refratários (Pereira et al., 2009; Tonnesen & Telle, 2007). Neste contexto, a Figura 7 apresenta a comparação entre o sinal no tempo de duas amostras irmãs de refratários, sendo uma com dano e outra sem dano. Ambas as amostras foram excitadas com impacto com força análoga, mesmo assim é possível observar uma maior absorção de energia no sinal da amostra com dano. A Figura 8 compara os espectros dos trechos iniciais dos sinais da Figura 7, evidenciando uma grande diferença entre as frequências de ressonância dos dois corpos. A frequência flexional fundamental da amostra sem dano encontra-se próxima de 5,8 kHz enquanto no corpo com dano o mesmo modo de vibração está próximo de 4,3 kHz. Esta diferença está diretamente relacionada a uma forte queda nos módulos elásticos.

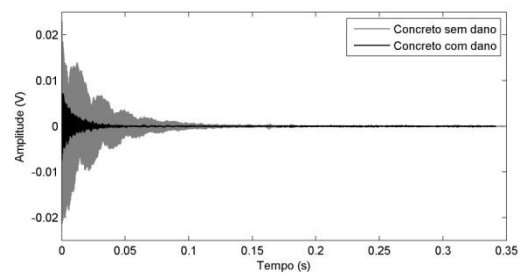


Figura 7 - Comparação entre o sinal no tempo do concreto com dano e do concreto sem dano; ambos excitados com a mesma força de impacto.

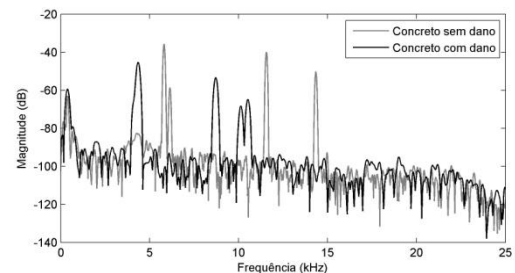


Figura 8 - Comparação entre o espectro do concreto sem dano (cinza claro) e do concreto com dano (cinza escuro).

Analogamente, a Figura 9 e a Figura 10 exibem a evolução da magnitude das frequências do modo flexional fundamental da amostra sem dano e com dano, respectivamente. A Tabela 1 compara os valores de amortecimento para essas frequências. O

grande potencial do uso do amortecimento para avaliação de dano em refratários se deve ao fato desse coeficiente ser mais sensível a pequenos danos (Pereira et al., 2009; Tonnesen & Telle, 2007); em amostras em que houve poucos ciclos de choque térmico, ou um choque térmico menos severo, a alteração no valor do amortecimento é maior do que as alterações dos módulos elásticos.

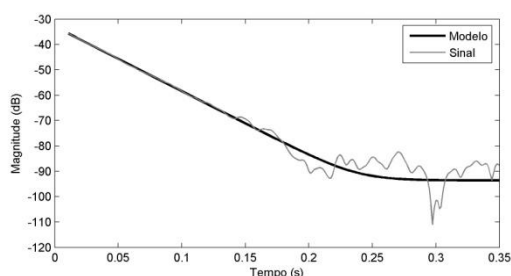


Figura 9 - Evolução da magnitude da frequência do modo flexional fundamental (5812,5 Hz) do concreto sem dano após a excitação e modelo de decaimento ajustado.

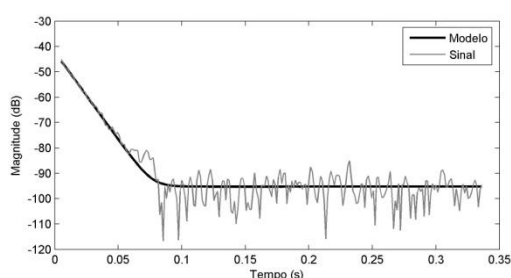


Figura 10 - Evolução da magnitude da frequência do modo flexional fundamental (4349,2 Hz) do concreto com dano após a excitação e modelo de decaimento ajustado.

Tabela 1 - Valores do amortecimento das amostras de refratário

Refratário	Amortecimento ($\zeta \cdot 10^{-6}$)
Sem dano	802,8
Com dano	2911,0

6 Discussão e Conclusão

Neste artigo foi apresentada uma nova metodologia para a determinação do amortecimento das ressonâncias de materiais através da técnica de excitação por impulso, sendo este diretamente associado ao atrito interno do material e sua microestrutura.

Os resultados obtidos foram satisfatórios na determinação do amortecimento dos materiais testados através da técnica de excitação por impulso. Foram analisadas as frequências flexionais fundamentais de três corpos, um metal, aço SAE 1020, e dois concretos refratários de alta alumina com estrutura heterogênea, sendo um com dano e um sem dano. Os decaimentos da magnitude dessas frequências correspondiam a um decaimento exponencial e podem ser bem descritas pelo modelo proposto. O algoritmo foi desenvolvido de forma que é possível executar sobre um mesmo teste tanto o ensaio de amortecimento como os de determinação dos módulos elásticos.

Em certos materiais, com formatos adversos, ou sob certas circunstâncias, podem aparecer fenômenos não-lineares nos quais o amortecimento depende da amplitude, da frequência ou até mesmo havendo desvios de frequência conforme há perda de energia da vibração. Nestes casos, o modelo proposto se torna falho e uma proposta de continuidade deste trabalho seria o estudo desses casos e o desenvolvimento de modelos que sejam mais adequadas a esses materiais.

7 Bibliografia

- ASTM International, 2001. E 1876 - 01 Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration. West Conshohocken, USA: ASTM International.
- Chowdhury, S.H., 1999. Damping Characteristics of Reinforced and Partially Prestressed Concrete Beams. PhD Thesis. Griffith University.
- Coppola, J.A. & Bradt, R.C., 1973. Thermal-Shock Damage in SiC. J. Am. Ceram. Soc., 56(4), pp.214-18.
- Dieterle, R. & Banchmann, H., 1981. Experiments and Models for the Damping Behaviour. International Association for Bridge and Structural Engineering Report of the Working Comissions, Vol. 34, pp.69-82.
- Finschi, 1996. An Implementation of the Levenberg-Marquardt Algorithm. Zurich: Institut für Operations Research.
- Harvey, A.F. & Cerna, M., 1993. The Fundamentals of FFT-Based Signal Analysis and Measurement in LabVIEW and LabWindows. Application Note 041. National Instruments Corporation.
- Hasselmann, D.P.H., 1969. Unified Theory of Thermal Shock Fracture Initiation and Crack Propagation in Brittle Ceramics. J. Am. Ceram. Soc., 82(11), pp.600-04.
- J. W. Lemmens, Inc., n.d. Operating Instructions for the GrindoSonic MK5 "Industrial" Instrument. Manual. sl.: GrindoSonic.
- Kingery, W.D., 1955. Factors Affecting Thermal Stress Resistance of Ceramic Materials. J. Am. Ceram. Soc., 38(1), pp.3-15.
- Lazan, B.J., 1968. Damping of materials and members in structural mechanics. Oxford, USA: Pergamon Press.
- Madsen, K., Nielsen, H.B. & Tingleff, O., 2004. Methods for Non-Linear Least Squares Problems. 2nd ed. Denmark: Informatics and Mathematical Modelling.
- Oppenheim, A.V., Schafer, R.W. & Buck, J.R., 1998. Discrete-Time Signal Processing. 2nd ed. Upper Saddle River, USA: Prentice-Hall, Inc.
- Pereira, A.H.A. et al., 2009. Study of the Young's Modulus and Damping Changes in a Refractory Castable due to Thermal Shock Damage. Unified International Technical Conference Refractories, 13-16 October. Salvador, Brazil.

- Pickett, G., 1945. Equations for Computing Elastic Constants from Flexional and Torsional Resonant Frequencies of Vibration of Prism and Cylinders. Am. Soc. Test. Mater., 45, pp.846-65. Proceedings.
- Silva, C.W., ed., 2007. Vibration Damping, control, and design. Vancouver, Canada: Taylor & Francis Group.
- Thorby, D., 2008. Structural Dynamics and Vibrations in Practice - An Engineering Handbook. Oxford, UK: Elsevier Ltd.
- Tonnesen, T. & Telle, R., 2007. Thermal Shock Damage in Castables: Microstructural Changes and Evaluation by a Damping Method. Ceramic Forum Internacional, 84(9), pp.E132-36.